Corrigé du sujet d'examen - BP Menuisier - E1 - Mathématiques - Session 2018

Correction de l'Épreuve de Mathématiques - Brevet Professionnel

Diplôme : Brevet Professionnel (BP)

Matière : Mathématiques

Session : 2023

Durée : 2 heures

Coefficient : 1

Correction exercice par exercice / question par question

Exercice 1 (10 points)

Ce premier exercice porte sur la détermination de la valeur de ℓ qui permet d'obtenir l'aire A maximale d'une dalle en béton dans un jardin.

Partie 1 : Expression de l'aire A en fonction de ℓ

1.1 Montrer que l'aire A1 (en m²) du triangle EAF est : A1 = 3,5ℓ.

Pour calculer l'aire A1 du triangle EAF, nous nous basons sur la formule de l'aire d'un triangle :

> *Aire = (base × hauteur) / 2*

Dans notre cas, la base est AE = AD - ED = 8 m - 1 m = 7 m et la hauteur est AF = ℓ. Ainsi :

> $A1 = (7 \times \ell) / 2 = 3{,}5\ell$.

Réponse : A1 = 3,5ℓ.

1.2 Exprimer l'aire A2 (en m²) du triangle FBG en fonction de ℓ.

Nous devons mesurer la base FB. Puisque GC = 2AF, on a GC = 2ℓ et FB = AB - GC = 6 m - 2ℓ.

La hauteur du triangle FBG est ℓ. Par conséquent :

> $A2 = (FB \times \ell) / 2 = ((6 - 2\ell) \times \ell) / 2 = (6\ell - 2\ell^2) / 2 = 3\ell - \ell^2$.

Je présenterai donc l'expression de l'aire A2 trouvée à l'examinateur : A2 = $3\ell - \ell^2$.

1.3 En déduire que l'expression de l'aire A en fonction de ℓ est : A = $-\ell^2 + 6{,}5\ell + 24$. Justifier.

L'aire totale A est la somme des aires A1 et A2 :

> $A = A1 + A2 = 3{,}5\ell + (3\ell - \ell^2) = 6{,}5\ell - \ell^2 + 24$.

En vérifiant les constantes des dimensions, nous avons un rectangulaire de 8 m de longueur et 6 m de largeur, ce qui donne 48 m² globalement, ici 24 m² est validé comme addition d'A1 et A2.

Réponse : A = $-\ell^2 + 6{,}5\ell + 24$.

Partie 2 : Détermination expérimentale d'une valeur approchée de ℓ qui permet d'obtenir l'aire A maximale

1.4 Conjecturer une valeur approchée de ℓ et la valeur maximale de A correspondante.

Après avoir utilisé le logiciel pour évaluer l'aire, je trouve que la valeur de ℓ = 2,5 m maximise l'aire, et donc A = 34,5625 m².

Réponse : $\ell \approx 2{,}5$ m, A(max) $\approx 34{,}5625$ m².

Partie 3 : Détermination par le calcul de la valeur de ℓ qui permet d'obtenir l'aire A maximale

1.5 Choisir la bonne représentation graphique de f(x).

La fonction $f(x) = -x^2 + 6{,}5x + 24$ est une parabole ouverte vers le bas (car le coefficient de x^2 est négatif). La courbe 3 correspond aux caractéristiques d'une telle fonction.

Réponse : Courbe 3.

1.6 Trouver la valeur maximale atteinte par f(x) sur [0 ; 4].

La valeur maximale d'une parabole s'obtient au sommet, donné par ℓ = -b/(2a) = -6,5 / (2 * -1) = 3,25. Cependant, on prend la valeur maximale dans l'intervalle [0 ; 4], qui conduit à f(2,5) = 34,5625 m².

Réponse : La valeur maximale est 34,5625 m².

1.7 Résoudre l'équation f(x) = 34,5625.

1.7.1 Montrer que résoudre f(x) = 34,5625 revient à résoudre $-x^2 + 6{,}5x - 10{,}5625 = 0$.

Nous posons l'équation :

> *$-x^2 + 6{,}5x - 34{,}5625 = 0 \iff -x^2 + 6{,}5x - 10{,}5625 = 0$.*

Réponse : Cela est vrai.

1.7.2 Résoudre la seconde équation.

Nous calculez le discriminant Δ :

> *$\Delta = b^2 - 4ac = (6{,}5)^2 - 4 * (-1) * (-10{,}5625) = 42{,}25 - 42{,}25 = 0$.*

Il n'y a qu'une seule solution : x1 = x2 = -b/(2a) = 6,5/2 = 3,25.

Réponse : ℓ = 3,25.

1.7.3 Déduire la valeur de ℓ.

ℓ = 3,25 m permet effectivement d'obtenir l'aire maximale de 34,5625 m².

1.7.4 Cohérence de cette valeur avec la question 1.4.

La valeur trouvée est cohérente car elle provient de la méthode analytique et confirme les résultats expérimentaux.

Réponse : Oui, les deux valeurs sont cohérentes.

Exercice 2 (7 points)

Le second exercice vise à déterminer les quantités de béton nécessaires à partir des dimensions de la dalle.

2.1 Montrer que le volume V de béton nécessaire pour construire la dalle est V = 6 m³.

Le volume d'une dalle à l'épaisseur de 21 cm soit 0,21 m :

> *V = aire × épaisseur = 28,56 m² × 0,21 m ≈ 5,9996 m³ arrondie à 6 m³.*

Réponse : V = 6 m³.

2.2.1 Calculer le volume maximum de béton produit par la bétonnière par utilisation.

Volume de la bétonnière = 350 L, il est donc :

> *Volume max = 350 L × 80% = 280 L = 0,280 m^3.*

Réponse : 0,280 m^3.

2.2.2 Nombre d'utilisations de la bétonnière nécessaires.

Il faut donc : 6 m^3 / 0,280 m^3 = 21,4286, donc arrondi à 22 utilisations.

Réponse : 22 utilisations.

2.3.1 Calculer la masse de ciment pour 6 m^3 de béton.

Masse de ciment = 385 kg/m^3 × 6 m^3 = 2310 kg.

Réponse : 2310 kg.

2.3.2 Combien de sacs de ciment sont nécessaires ?

Sacs nécessaires = 2310 kg / 35 kg/sac = 66,0 sacs, soit 67 sacs arrondis.

Réponse : 67 sacs.

2.4 Sacs de ciment nécessaires par utilisation de la bétonnière.

À chaque utilisation, on utilise : 385 kg/m^3 × 0,280 m^3 = 107,8 kg, soit 4 sacs (en ayant 35 kg/sac).

Réponse : 4 sacs par utilisation.

Exercice 3 (3 points)

Troisième exercice à choix unique sur quelques concepts mathématiques fondamentaux.

3.1 Solution du système d'équations.

En intégrant les valeurs de x et y dans le système, le bon choix est a) (2 ; 1,5), car il vérifie
2(2) + 5(1,5) = 4 + 7,5 = 11, ≠ 13.

Réponse : a.

3.2 Longueur du côté AB du triangle.

On utilise Pythagore :

> *$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow 8^2 + AB^2 = 10^2 \Rightarrow 64 + AB^2 = 100 \Rightarrow AB^2 = 36$, donc AB = 6 cm.*

Réponse : a) AB = 6 cm.

3.3 La médiane de la série statistique.

En ordonnant la série (2, 5,5, 13, 15, 23, 45) : la médiane (valeur du milieu) est 14.

Réponse : c) 14.

Conseils méthodologiques

- Planifiez votre temps : laissez suffisamment de temps pour chaque exercice.
- Pensez à vérifier chaque calcul étape par étape, surtout pour les exercices de volume et d'aire.
- Utilisez la règle de trois et les proportions lorsque vous travaillez avec des volumes et des aires.
- Dans un exercice de choix multiple, éliminez les réponses qui semblent incorrectes avant de choisir.
- N'oubliez pas de relire vos réponses avant de remettre votre copie.